

KRUH, KRUŽNICA

Obsah:

Množinová definícia, určenie, stred, polomer (ako číslo i ako úsečka), priemer, tetiva, kružnicový oblúk, vzájomná poloha priamky a kružnice (závislosť od vzdialenosti od stredu), dotyčnica, sečnica a nesečnica, dotykový bod priamky a kružnice, obvod kruhu a dĺžka kružnicového oblúka, kruhový výsek a odsek, medzikružie, obsah kruhu a kruhového výseku, Talesova kružnica, analytické vyjadrenie kružnice, vzájomná poloha dvoch kružníc (závislosť vzdialenosti stredov a polomerov), dotykový bod dvoch kružníc

- Vyjadrite obsah kruhového výseku a odseku pomocou polomeru r kružnice a stredového uhla α .

Príklady:

1. Aká je vzájomná poloha kružníc $k: x^2 + y^2 = 625$ a $m: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 400$? (B)

- (A) Kružnice k , m majú dva spoločné body.
 (B) Kružnica m sa dotýka zvnútra kružnice k .
 (C) Kružnica k sa dotýka zvnútra kružnice m .
 (D) Kružnice k a m sa dotýkajú zvonku.
 (E) Kružnice k , m nemajú spoločné body.

2. Akú dĺžku má polomer kružnice určenej rovnicou $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$? (7)

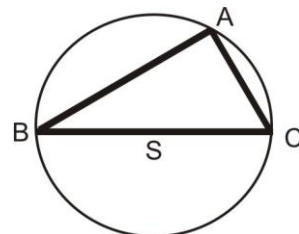
3. Ako treba zvoliť reálne číslo c , aby rovnici $x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0$ vyhovovali súradnice práve jedného bodu $[x; y]$? (A)

- (A) $c = 5$ (B) $c = 1$ (C) $c = 0$ (D) $c = -1$ (E) $c = -5$

4. Kružnica k je daná rovnicou $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 20 = 0$. Aký obsah má štvorec opísaný tejto kružnici? (A)

5. Bod V je vzdialený 25 cm od stredu kružnice k , ktorá má polomer 10 cm. Bodom V môžeme viesť dve dotyčnice ku kružnici k . Akú veľkosť (s presnosťou na stotiny stupňa) má uhol α , ktorý zvierajú tieto dotyčnice? (47,16°)

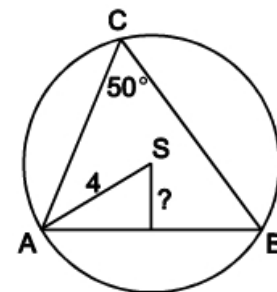
6. Na kružnici k ležia body A , B , C tak, že úsečka BC je priemerom kružnice k a úsečky AC a BC zvierajú uhol 65° . Vypočítajte dĺžku BC , ak viete, že $AC = 10$. Výsledok uveďte zaokrúhlený na dve desatinné miesta. (23,66)



7. Kruhový výsek s polomerom $r = 6$ cm má obvod $o = 15$ cm. Stredový uhol tohto výseku má v radiánoch veľkosť (B)

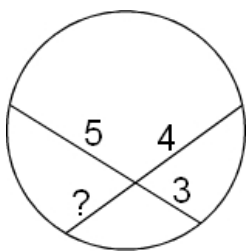
- (A) 0,25 (B) 0,5 (C) 0,75 (D) 1 (E) 1,5?

8. Obvodový uhol patriaci k oblúku AB kružnice s polomerom 4 cm má veľkosť 50° . Aká je vzdialenosť tetivy AB od stredu S tejto kružnice? Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta. (2,57)



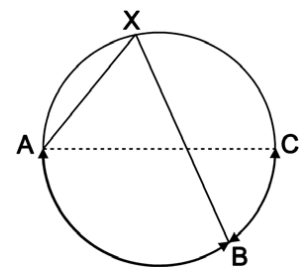
9. Je daná kružnica $k(S; r = 3 \text{ cm})$ a bod M , pričom $|MS| = 6 \text{ cm}$.

- a) Zostrojte dotyčnice prechádzajúce bodom M ku kružnici k ; konštrukciu zdôvodnite
 b) Vypočítajte veľkosť uhla, ktorý tieto dotyčnice zvierajú (60°)
 c) Vypočítajte dĺžku tetivy spájajúcej dotykové body. ($\sqrt{27}$)



10. Dve tetivy kružnice rozdeľuje ich priesečník na 4 úsečky, z ktorých tri majú dĺžku 3 cm, 4 cm, 5 cm (pozri obrázok). Vypočítajte dĺžku štvrtej úsečky v centimetroch. (3,75)

11. Úsečka AC je priemerom kružnice na obrázku. Pomer dĺžok oblúkov AB a BC je $7 : 3$. Určte (v stupňoch) veľkosť uhla AXB . (63)

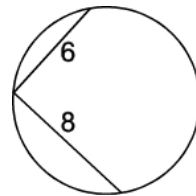


12. Daná je priamka $p: y = c$ a kružnica $k: x^2 + y^2 - 4 = 0$. Určte všetky hodnoty parametra $c \in \mathbb{R}$, pre ktoré nemá priamka p a kružnica k spoločný bod. $((-\infty; -2) \cup (2; \infty))$

13. Z bodu C kružnice k vychádzajú jej dve navzájom kolmé tetivy s dĺžkami 6 cm a 8 cm.

Akú veľkosť má priemer kružnice k ? (C)

(A) 14 cm (B) 13 cm (C) 10 cm (D) 7 cm (E) 5 cm



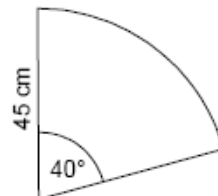
14. Obvod polkruhu je 20 cm. Potom polomer tohto polkruhu je (s presnosťou na dve desatinné miesta)

(A) 6,37 cm. (B) 3,89 cm. (C) 3,57 cm. (D) 3,18 cm. (E) 2,52 cm.

15. Body A, B rozdeľujú kružnicu k na dva oblúky, ktorých dĺžky sú v pomere 7 : 11. Bod C je vnútorným bodom dlhšieho oblúka. Akú veľkosť (v stupňoch) má uhol ACB ? (70°)

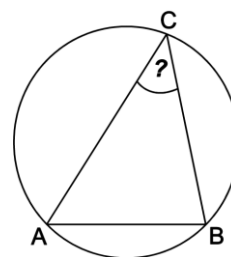
16. Na obrázku je plášť kužeľa. Aký polomer (v centimetroch) má podstava tohto kužeľa? (5)

17. Vypočítajte obsah podložky pod maticu (tvaru medzikružia) s vonkajším priemerom 2,5 cm a vnútorným priemerom 1 cm.



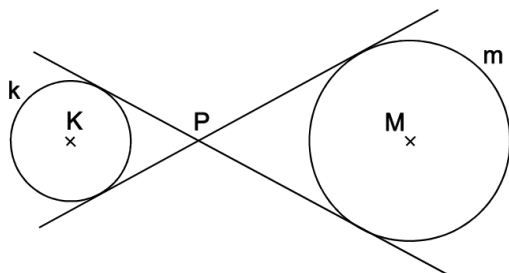
18. Ostrouhý trojuholník ABC so stranou $|AB| = 6$ je vpísaný do kružnice s polomerom $r = 5$. Akú veľkosť (s presnosťou na dve desatinné miesta) má uhol pri vrchole C ? (B)

(A) $33,56^\circ$ (B) $36,87^\circ$ (C) $38,66^\circ$ (D) $51,34^\circ$ (E) $53,13^\circ$



19. Určte hodnoty koeficientov $a, b \in \mathbb{R}$ tak, aby kružnica určená rovnicou $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ prechádzala bodmi $A[-2; 0]$ a $B[1; -1]$. Do odpovedového hárka zapíšte súčet koeficientov $a + b$. ()

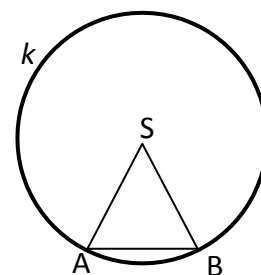
20. Dané sú kružnice $k(K; 3 \text{ cm})$ a $m(M; 8 \text{ cm})$, pričom $|KM| = 22 \text{ cm}$. Spoločné vnútorné dotýčnice týchto kružníc sa pretínajú v bode P . Vypočítajte v centimetroch vzdialenosť $|KP|$. (6)



21. V kružnici k má tetiva AB dĺžku 10 cm. Tejto tetive prislúcha stredový uhol veľkosti 60° . Aký veľký polomer (v cm) má kružnica k ? (10)

22. Určte priemer kruhu, ktorého obvod má dĺžku 10 m.

23. Vzdialenosť stredov dvoch kruhov, ktoré sa dotýkajú zvonka je 12 cm a súčet obsahov oboch kruhov je $80\pi \text{ cm}^2$. Určte polomery týchto kružníc. (4 a 8)



24. Tri rovnaké kružnice ($r = 8 \text{ cm}$) sa navzájom dotýkajú. Určte obsah plochy ležiacej medzi kružnicami. (10,32)