

LINEÁRNE A KVADRATICKÉ ROVNICE, NEROVNICE, SÚSTAVY

Obsah:

rovnica, nerovnica, sústava rovníc, sústava nerovnic a ich riešenie, koeficient, koreň, kontrola (skúška) riešenia, (ekvivalentné a neekvivalentné) úpravy rovnice a nerovnice, lineárna rovnica a nerovnica, obor premennej, množina koreňov, počet riešení, opísať a geometricky interpretovať množinu všetkých riešení jednej a dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi, sústavy 1 - 3 lineárnych rovníc s 1 - 3 neznámymi, počet riešení sústavy, vynásobenie nerovnice kladným alebo záporným číslom, koreňový činiteľ, diskriminant, riešenie kvadratickej rovnice (vzorec), vzťah medzi diskriminantom a počtom koreňov, typy kvadratických rovníc, vzťahy medzi koreňmi a koeficientami kvadratickej rovnice, rýdzokvadratická rovnica, kvadratická rovnica bez absolútneho člena, normovaný tvar kvadratickej rovnice, spôsoby riešenia kvadratických rovníc a nerovnic, doplnenie do štvorca, úprava na súčin

- Odvodte vzorec pre riešenie kvadratickej rovnice $ax^2 + bx + c = 0$, kde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Príklady:

1. Pre tri reálne čísla x, y, z platí: $2x + y + z = 23$; $2x + 3z = 2$; $x + 2z = 3$. Akú hodnotu má súčet $x + y + z$?
2. Pre ktoré číslo $a \in \mathbb{R}$ má rovnica $7 + x = 2a$ koreň o 1 väčší ako rovnica $2x + 10 = a$?
3. Riešte nerovnicu $9 + 4x - 5(x - 1) > 0$. Do odpovedového hárka napíšte, koľko riešení tejto nerovnice patrí do množiny celých kladných čísel.
4. Určte najmenšie reálne číslo x , ktoré vyhovuje nerovnici $\frac{4x-3}{5} \leq \frac{3x-4}{2}$.
5. Riešením sústavy $\begin{matrix} x + 2y + 2z = 5 \\ 2x - y + 3z = 3 \\ x + y + 2z = 4 \end{matrix}$ je jediná usporiadaná trojica čísel $[x; y; z]$. Aká je hodnota neznámej z ?
6. Riešte sústavu $\begin{matrix} x + 3y = 9 \\ 3x - y = 2 \end{matrix}$. Do odpovedového hárka zapíšte len hodnotu neznámej x .
7. Syn bol v roku 2004 šesťkrát mladší ako otec. O štyri roky bude syn štyrikrát mladší ako otec. Vypočítajte rok narodenia otca i syna.
8. Sedliak predal na trhu husi, kačice a sliepky, spolu 100 kusov za 100 zlatiek. Hus stála 4 zlatky, kačica $1\frac{1}{3}$ zlatky a sliepka $\frac{1}{2}$ zlatky. Koľko z každého druhu hydiny predal?
9. Riešením nerovnice $(x - 2)^2 \leq x - 2$ v množine $\mathbb{R}$ je interval
(A) $\langle 2; \infty \rangle$ (B) $\langle 2; 3 \rangle$ (C) $\langle 2; 4 \rangle$ (D) $(-\infty; 2)$ (E) $(-\infty; 3)$?
10. V množine všetkých kladných celých čísel nájdite koreň rovnice $\frac{6(x-1)}{x^2-1} = x$.
11. Množinou všetkých riešení nerovnice $\frac{x-1}{x+3} < 0$ je interval (a, b) . Určte číslo a .
12. Nech P je množina všetkých riešení nerovnice $x^2 \leq 5x + 6$ v množine reálnych čísel. Potom
(A) $P = (-\infty; -1) \cup \langle 6; \infty \rangle$ (B) $P = \langle -1; 6 \rangle$ (C) $P = \langle -2; 3 \rangle$ (D) $P = \langle -3; 2 \rangle$ (E) $P = \langle -6; 1 \rangle$.
13. Množina všetkých riešení nerovnice $\frac{3x^2 + x - 6}{x^2} \leq 2$ je
(A) $(-\infty; -3) \cup \langle 2; \infty \rangle$ (B) $\langle -3; 0 \rangle \cup (0; 2)$ (C) $\langle -2; 3 \rangle$ (D) $\langle -3; 2 \rangle$ (E) $\emptyset$.
14. Rovnica $\sqrt{44 - x} = 2 - x$ má v množine reálnych čísel práve jeden koreň. Určte ho.
15. Určte hodnotu koeficienta b tak, aby jeden z koreňov rovnice $5x^2 + bx + 24 = 0$ bol $x_1 = 8$.
16. Použitím substitúcie $z = (x + 2)^2$ dostaneme z rovnice $(x^2 + 4x)^2 + 3 = (x + 2)^2$ kvadratickú rovnicu $z^2 + bz + c = 0$. Nájdite túto rovnicu a do odpovedového hárka napíšte hodnotu koeficientu b .
17. Aká je hodnota čísla a , ak viete, že množinou všetkých koreňov nerovnice $x^2 + ax - 6 < 0$ je interval $(-2; 3)$?
18. Zlomok $\frac{2x-14}{x^2+2x-3}$ sa dá zapísať ako súčet dvoch zlomkov $\frac{A}{x-1}$ a $\frac{B}{x+3}$. Určte súčet čísel $A + B$.
19. Riešte sústavu rovníc $2x - y + 1 = 0$ a $x^2 + y^2 = 1$.
20. Nájdite také celé číslo b , aby pre korene x_1, x_2 rovnice $5x^2 - bx - 28 = 0$ platilo $5x_1 + 2x_2 = 1$.
21. Daná je rovnica $x^2 - 13x + 36 = 0$. Napíšte rovnicu s koreňmi y_1, y_2 pre ktoré platí $y_1 = x_1^2, y_2 = x_2^2$.

22. Ak vynásobíme dvojčiferné číslo súčtom jeho číslic, dostaneme súčin 1666. Počet desiatok daného čísla je o 1 väčší než počet jednotiek. Ktoré je to číslo?
23. Obchodník kúpil 500 kg hrozna za 750 €. Hrozno roztriedil na kvalitnejšie a menej kvalitné. Kvalitnejšie hrozno predal so ziskom 20 %, menej kvalitné so stratou 6 %. Celkový zisk obchodníka z predaja všetkého hrozna bol 91,50 €. Vypočítajte, koľko kilogramov kvalitnejšieho hrozna obchodník predal.
24. Vypočítajte koreň rovnice $(x + 2011)^{20} = 0$.
25. Určte reálne číslo c tak, aby číslo 4 bolo koreňom rovnice $3x^2 - 2x + c = 0$.
26. Päťnásobok neznámeho čísla zmenšený o 21 je práve toľko, koľko je dvojnásobok neznámeho čísla zväčšený o 15. Nájdite neznáme číslo.
27. Určte najmenšie celé číslo x , ktoré je riešením nerovnice $\sqrt{17 - 15x - 2x^2} > 0$.
28. Zostrojte kvadratickú rovnicu, ktorej korene sú $x_1 = \frac{1}{10 - \sqrt{72}} \wedge x_2 = \frac{1}{10 + 6\sqrt{2}}$.
29. Určte, pre ktoré hodnoty parametra $a \in R$ má rovnica $3(x + 1) = 4 + ax$ jediný koreň menší ako -1 .
30. Nájdite také reálne číslo a , pre ktoré bude mať sústava
$$\begin{array}{l} 2x - 3y = 6 \\ 3x + ay = 9 \end{array}$$
 dvoch rovníc s neznámymi x, y nekonečne veľa riešení.