

MNOŽINY A MNOŽINOVÉ OPERÁCIE

Obsah:

množina, prvky množiny, počet prvkov množiny, podmnožina, nadmnožina, operácie s množinami, prienik, zjednotenie a rozdiel množín, doplnok množiny, Vennove diagramy, disjunktné množiny, prázdna množina, konečná a nekonečná množina, interval (uzavretý, otvorený, ohraničený, neohraničený), určenie množiny vymenovaním alebo charakteristickou vlastnosťou, počet prvkov zjednotenia, prieniku dvoch množín

• Pomocou Vennových diagramov pre dve množiny A, B overte:

a) $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ ($|A|$ - počet prvkov množiny A)

b) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (A' - doplnok množiny A)

• Pomocou Vennových diagramov rozhodnite, či pre všetky množiny A, B, C platí: **(a)** platí, **(b)** neplatí, **(c)** platí

a) $(A \cup B) \cap C' = (A \cap C') \cup (B \cap C')$ **b)** $(A \cup B) \cap (A \cup C)' = A \cup (B \cap C')$ **c)** $(A \cup B) \cap (A \cup C') = A \cup (B \cap C')$

Príklady:

1. Sú dané intervaly $A = (-2; 5)$ a $B = \langle 2x + 7; 7 \rangle$. Nájdite najväčšiu hodnotu x , pre ktorú je prienik $A \cap B$ neprázdna množina.

2. Množina $B - A$ má dvakrát menej prvkov ako množina $A - B$ a štyrikrát menej prvkov ako množina $A \cap B$. Koľkokrát viac prvkov má množina A ako množina B ?

3. Otváracie hodiny prvého obchodu sú 9:00 – 12:00 a 13:00 – 16:00, druhého obchodu 8:00 – 14:30 a tretieho obchodu 8:30 – 12:30 a 14:00 – 16:00. Aký dlhý čas sú otvorené všetky tri obchody súčasne?

(A) 180 minút **(B)** 210 minút **(C)** 330 minút **(D)** 450 minút **(E)** 480 minút

4. Istej nerovnici vyhovujú všetky čísla, ktoré sú z intervalu $\langle -4; 7 \rangle$ a súčasne nie sú z intervalu $\langle 1; 12 \rangle$. Riešením tejto nerovnice sú teda všetky čísla z množiny **(A)** $\langle 7; 12 \rangle$ **(B)** $\langle 1; 7 \rangle$ **(C)** $\langle -4; 1 \rangle$ **(D)** $\langle -4; 1 \rangle$ **(E)** $\langle -4; 1 \rangle \cup \langle 7; 12 \rangle$.

5. Dané sú množiny $A = \langle -\sqrt{30}; 6 \rangle$, $B = \langle 0; \sqrt{50} \rangle$, $C = (-7, 0)$. Učte množiny:

a) $(A \cap B)$ **b)** $(B \cap A)$ **c)** $(A - B)$ **d)** $(B - A)$ **e)** $(A \cap C) \cup B$ **f)** $(A \cap C) \cap B$ **g)** $(B - A) \cup C$

6. V triede s 25 žiakmi vlastní každý študent práve jednu kalkulačku značky K_1 , K_2 alebo K_3 . Kalkulačku značky K_1 majú dve dievčatá a traja chlapci. Kalkulačku značky K_2 má 32 % žiakov triedy. Chlapcov v triede je 56 %. Polovica chlapcov má kalkulačku značky K_3 . Vypočítajte koľko

a) žiakov triedy má kalkulačku značky K_2 **b)** dievčat je v triede

7. Z 50 študentov riešilo 44 aspoň jednu z dvoch olympiád (MO a FO). MO neriešilo 19 študentov a 39 študentov riešilo práve jednu olympiádu. Zistite, koľko študentov riešilo

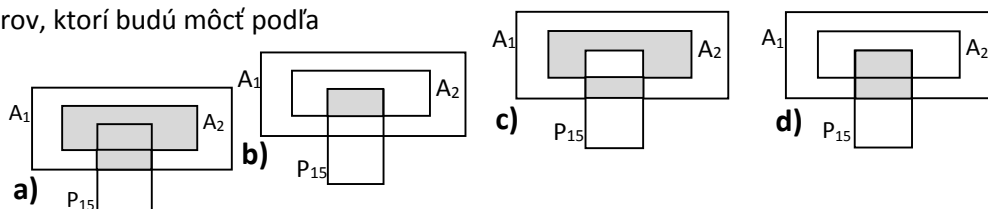
a) len MO **b)** len FO **c)** obe olympiády.

8. Na štvrtročnej písomnej práci z matematiky boli zadané tri príklady. Tretí príklad vyriešilo 21 žiakov a každý zo zvyšných príkladov vyriešilo 23 žiakov. Dvaja žiaci z triedy nevyriešili žiadny príklad. Všetky tri príklady vyriešilo 7 žiakov. Prvý a druhý príklad vyriešilo 15 žiakov, prvý a tretí príklad 12 žiakov. Druhý alebo tretí príklad vyriešilo 31 žiakov.

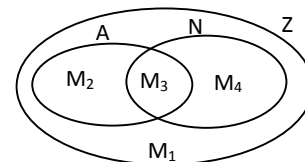
Vypočítajte: **a)** Koľko žiakov vyriešilo druhý a tretí príklad?
b) Koľko žiakov vyriešilo prvý alebo druhý príklad?
c) Koľko žiakov písalo štvrtročnú písomnú prácu?

9. Primár vydal nariadenie: „Na oddelení smú operovať iba lekári s druhou atestáciou, prípadne lekári s prvou atestáciou, pokiaľ majú aspoň 15 rokov praxe.“ Na ktorom z diagramov je správne vyznačená množina všetkých lekárov, ktorí budú môcť podľa nariadenia operovať?

A_1 – množina lekárov s prvou atestáciou
 A_2 – množina lekárov s druhou atestáciou
 P_{15} – množina lekárov, ktorí majú aspoň



10. Nech $Z \neq \emptyset$ je množina všetkých účastníkov istého zájazdu, A je množina tých účastníkov zájazdu, ktorí ovládajú anglický jazyk, N je množina účastníkov zájazdu, ktorí ovládajú nemecký jazyk. V diagrame sú štyri oblasti (podmnožiny) označené M_1, M_2, M_3, M_4 . Ktoré z nasledujúcich tvrdení je nepravdivé?



- a) ak $M_1 \neq \emptyset$, každý účastník zájazdu ovláda aspoň jeden cudzí jazyk
 b) ak $M_1 \neq \emptyset$, aspoň jeden účastník zájazdu neovláda ani angličtinu ani nemčinu
 c) ak $M_2 \neq \emptyset$, každý účastník zájazdu, ktorý vie po anglicky, vie aj po nemecky
 d) ak $M_3 \neq \emptyset$, každý účastník zájazdu ovláda práve jeden cudzí jazyk

11. Ktorý z nasledujúcich vzťahov neplatí pre ľubovoľné dve neprázdne množiny K, L ?

- a) $K \cup L = L \cup K$ b) $K \cup (K \cap L) = K$ c) $(K \cup L) \subset (K \cap L)$ d) $K \cup \emptyset = K$

12. Nech P, Q, R, S sú štyri neprázdne množiny, pre ktoré platí $P \subset Q \subset R$, $Q \cap S \neq \emptyset$. Potom určite musí platiť:

- a) $Q \subset S$ b) $S \subset R$ c) $P \cap S \neq \emptyset$ d) $R \cap S \neq \emptyset$

13. Označme A množinu všetkých prirodzených násobkov čísla 6 menších ako 60, B množinu všetkých prirodzených násobkov čísla 3 menších ako 60, C množinu všetkých prirodzených násobkov čísla 4 menších ako 60. Koľko prvkov má množina $(B \cap C)'_A$?

14. Symetrickým rozdielom množín R, S sa nazýva množina $R \div S$ všetkých takých prvkov, ktoré patria do niektorej z množín R, S , ale nepatria do oboch súčasne. Ktorá z uvedených rovností je správna?

- a) $R \div S = (R - S) \cup (S - R)$ b) $R \div S = (R - S) \cap (S - R)$ c) $R \div S = (R - S) - (S - R)$ d) $R \div S = (R - S) \cup (R \cap S)$

15. Označme K_5 množinu všetkých mocnín čísla 5 a K_{25} množinu všetkých mocnín čísla 25. V akom vzájomnom vzťahu sú množiny K_5 a K_{25} ?

- a) $K_5 \subset K_{25}$ b) $K_{25} \subset K_5$ c) $K_5 = K_{25}$ d) $K_5 \cap K_{25} = \emptyset$

16. Pre dve neprázdne množiny U, V platí: $U \cup V$ má 17 prvkov, $U \cap V$ má 9 prvkov a množina $V - U$ je prázdna. Koľko prvkov má množina $U - V$?

17. Nech I_1 je otvorený a I_2 je uzavretý interval na číselnej osi. Potom rozdielom intervalov $I_1 - I_2$ môže byť

- a) zjednotenie dvoch otvorených intervalov b) zjednotenie dvoch uzavretých intervalov
 c) polouzavretý interval d) uzavretý interval?

18. Ak je pravda, že každá amala je titiba a že žiadna titiba nie je kamba, potom je pravda, že

- a) žiadna amala nie je kamba b) žiadna titiba nie je amala
 c) niektorá amala je kamba d) každá kamba je titiba?

19. V istom dome bývajú spolužiaci zo IV. A triedy na neďalekej strednej škole. Na každom poschodí býva aspoň jeden žiak triedy. Žiadny dvaja spolužiaci rovnakého pohlavia nebývajú na rovnakom poschodí. Žiadni dvaja spolužiaci narodení v rovnakom mesiaci nebývajú na rôznych poschodiach. Najviac koľko žiakov môže chodiť do IV. A triedy?

20. Dané sú množiny $A = \{x \in Z: x^2 > 17\}$ a $B = \{-16; -5; -3; 0; 8; 18\}$. Koľko prvkov má množina $B - A$?

21. Určte, koľko z nasledovných tvrdení je pravdivých.

- Ak $x \in B$ a $x \notin A$, tak $x \in B - A$.
- Ak $x \in B$ a $x \notin A$, tak $x \in A \cup B$.
- Ak $x \in A \cup B$, tak $x \in A$ a súčasne $x \in B$.
- Ak $x \notin A \cap B$, tak $x \notin A$ a súčasne $x \notin B$.
- Ak $x \in A \cap B$, tak $x \in A$ alebo $x \in B$.