

VÝROKY A OPERÁCIE S NIMI

Obsah:

výrok, axióma, definícia, hypotéza, tvrdenie, pravdivostná hodnota, logické spojky, negácia, konjunkcia, disjunkcia, implikácia, obmena implikácie, obrátená implikácia, ekvivalencia, vyplýva, je ekvivalentné, kvantifikátor (existenčný, všeobecný, aspoň, najviac, práve) zložené výroky a ich pravdivostné hodnoty, negácia zložených výrokov, negácia kvantifikovaných výrokov, tautológia, kontradikcia

- Dokážte, že obmenená veta má vždy rovnakú pravdivostnú hodnotu ako pôvodná veta.

Príklady:

1. Rozhodnite, ktoré z nasledujúcich tvrdení sú a ktoré nie sú výrokmi:

- a) Vonku práve sneží.
- b) Vesmír je nekonečný.
- c) Teraz nehovorím pravdu.
- d) Už ste boli na obede?
- e) Poďme všetci domov.
- f) $81 : 9 = 7$

2. Ktoré z uvedených výrokov sú pravdivé?

- a) $2=3$ alebo 2 delí 4
- b) 11 je prvočíslo a je deliteľné 3
- c) Ak 5 je párne číslo, tak 4 je väčšie ako 7
- d) Číslo je deliteľné 2 práve vtedy, ak jeho posledná cifra je deliteľná 4
- e) $-7 < 6$ alebo $-6 < 7$
- f) $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + 3 < 0$

3. Nech výroky A , B sú pravdivé a výrok C je nepravdivý. Ktorý z nasledujúcich zložených výrokov je pravdivý?

- (A) $(A \wedge B) \Rightarrow C$ (B) $A \Rightarrow (B \wedge C)$ (C) $(A \vee B) \Rightarrow C$ (D) $(B \wedge C) \Rightarrow A$ (E) $A \Rightarrow C$

4. Výroky A , B sú pravdivé, výrok C je nepravdivý. Koľko z nasledujúcich piatich výrokov je pravdivých:

$(A \wedge B') \Rightarrow C$, $(B \wedge C') \Rightarrow A$, $(C \wedge A') \Rightarrow B$, $(A \wedge B) \Rightarrow C'$, $(A \wedge C) \Rightarrow B'$?

5. Istý študent sa obhajoval: "Nie je pravda, že som sa na brigáde zúčastnil najviac trikrát." Zo študentových slov vyplýva, že sa na brigáde

- (A) zúčastnil vždy (B) najviac trikrát nezúčastnil (C) zúčastnil aspoň štyrikrát (D) nezúčastnil nikdy
(E) zúčastnil aspoň trikrát.

6. Do IV.C chodí 33 žiakov. Medzi ľubovoľnými osemnástimi žiakmi tejto triedy je aspoň 8 dievčat. Z uvedeného vyplýva, že do IV. C chodí

- a) aspoň 10 chlapcov b) najviac 10 dievčat c) aspoň 23 dievčat d) najviac 23 chlapcov?

7. Dané sú dva výroky:

Prvý výrok: „Ak je štvoruholník rovnobežník, tak sa jeho uhlopriečky navzájom rozpolujú.“

Druhý výrok: „Ak sa uhlopriečky štvoruholníka navzájom rozpolujú, tak štvoruholník je rovnobežník.“

Koľko z nasledovných tvrdení o daných výrokov je pravdivých?

- Prvý výrok je pravdivý.
- Druhý výrok je nepravdivý.
- Druhý výrok je ekvivalencia.
- Druhý výrok je negáciou prvého.

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

8. "Kto bude mať tri čierne body, nedostane zápočet", povedal cvičiaci. V zápočtovom týždni Fero nemal žiaden čierny bod, Jožo mal dva, Dežo tri a Ado päť čiernych bodov. Ktorí z nich určite zápočet nedostanú? Ktorí ho určite dostanú? Ktorí ho môžu dostať? (Cvičiaci si samozrejme za svojim slovom stoja.)

9. Máme 5 tvrdení :

- a) Tvrdenie **b)** je pravdivé
- b) Najviac jedno z tvrdení **a) b) c) d) e)** je pravdivé
- c) Všetky tvrdenia **a) b) c) d) e)** sú pravdivé
- d)
- e)

Tvrdenia **d), e)** sú napísané zázračným atramentom, ktorý vidia len tí, čo nikdy neklamú. Zistite, ktoré z tvrdení **a) b) c) d) e)** sú pravdivé a ktoré sú nepravdivé.

10. Tu je 8 výrokov o učiteľoch :

- a) Neexistujú neomylní učitelia.
- b) Existujú omylní učitelia.
- c) Každý učiteľ je omylný.
- d) Iba omylní ľudia sú učiteľmi.
- e) Žiaden učiteľ nie je neomylný.
- f) Iba tí ľudia, ktorí nie sú učiteľmi, môžu byť neomylní.
- g) Nielen omylní ľudia sú učiteľmi.

Ak vieme, že výrok **a)** je pravdivý, ktoré z výrokov **b)** až **h)** musia byť tiež pravdivé? Predpokladáme, že existuje aspoň 1 učiteľ a každý človek je buď omylný alebo neomylný.

11. Na istej vysokej škole sa prijímacia skúška skladá z dvoch testov (z matematiky a nemčiny), maximálny počet bodov z každého testu je 100. Pri určovaní poradia uchádzačov platia tieto pravidlá:

- Uchádzač, ktorý získal aj z matematiky aj z nemčiny aspoň 61 bodov, je úspešnejší ako uchádzač, ktorý aspoň z jedného z testov získal najviac 60 bodov.
- Uchádzač, ktorý získal aspoň 61 bodov práve z jedného testu, je úspešnejší ako uchádzač, ktorý z každého z testov získal najviac 60 bodov.
- Z dvoch uchádzačov, ktorí sa nedajú rozlíšiť prvými dvoma pravidlami, teda
 - buď obidvaja majú z oboch testov aspoň 61 bodov,
 - alebo obidvaja získali práve z jedného testu aspoň 61 bodov,
 - alebo obidvaja majú z oboch testov najviac 60 bodov,

je úspešnejší ten, ktorý má väčší súčet bodov za obidva testy. Ak majú obidvaja rovnaký súčet bodov, je úspešnejší ten, ktorý získal viac bodov z testu z nemčiny.

V tabuľke je uvedené, koľko bodov získali na týchto prijímacích skúškach Hana, Juraj, Zdena, Martin, Lucia, Rado, Karol a Metod:

Počet bodov	Hana	Juraj	Zdena	Martin	Lucia	Rado	Karol	Metod
z matematiky	59	70	54	61	60	65	62	64
z nemčiny	58	47	63	55	56	51	62	52

a) V nasledujúcom zozname zakrúžkujte mená všetkých uchádzačov, ktorí boli úspešnejší ako Metod:

Anna Ján Zuzana Michal Lenka Peter Boris

b) V nasledujúcej tabuľke doplňte chýbajúce počty bodov tak, aby bol Filip úspešnejší ako Oľga, Oľga úspešnejšia ako Jana a Jana úspešnejšia ako Matej.

Počet bodov	Filip	Oľga	Jana	Matej
z matematiky	60			60
z nemčiny	59			58

12. Mamička: "Pomôžeš mi zajtra v záhrade?"

Ocko: "Ak budem mať veľa roboty, tak nie." Ocko druhý deň robotu nemal. Čo myslíte, musel mame pomôcť, ak chcel dodržať slovo?

13. Štyri televízne stanice v Kocúrkove hlásili na sobotu takéto predpovede počasia:

TV SLNKO: Ak bude svietiť slnko, nebude teplo.

TV DÁŽĎ: Zajtra nebude fúkať vietor a nebude teplo.

TV MRÁZ: Zajtra bude teplo práve vtedy, keď nebude svietiť slnko.

TV VIETOR: Zajtra bude pršať alebo bude fúkať vietor.

Nakoniec bolo v sobotu teplo, svietilo slnko a nefúkal vietor. Ktorá stanica hlásila pravdivú predpoveď?

14. Peter a Pavol čakajú pred kinom na svojich spolužiakov Adama, Borisa a Cyrila. Peter tvrdí: „Ak príde Adam a Boris, príde aj Cyril.“ Pavol hovorí: „Ja si myslím, že ak príde Adam a nepríde Cyril, nepríde ani Boris.“ Na to Peter hovorí: „To ale hovoríš to isté, čo ja.“ Rozhodnite, či obaja skutočne hovoria to isté.

15. Niektorý zo žiakov A, B, C rozbil okno. Zistilo sa, že v tom čase nebol pri okne žiak A, alebo pri ňom nebol žiak B. Keď B nebol pri okne, nebol tam ani A. Žiak C bol pri okne práve vtedy, keď pri ňom nebol žiak A. Možno jednoznačne určiť páchatela v prípade, že bol práve jeden?

16. Mama, otec a ich dve deti si plánovali letnú dovolenku. Každý člen rodiny vyslovil svoje želanie:
Mama: „Ak pôjdeme k moru, tak chcem bývať v penzióne alebo chcem, aby sme mali polpenziu.“
Otec: „Ak nepôjdeme k moru, tak chcem bývať v hoteli.“
Syn: „Chcem ísť k moru a bývať v penzióne.“
Dcéra: „Chcem ísť k moru alebo bývať v hoteli.“

Nakoniec všetci išli v lete k moru, bývali v hoteli a mali polpenziu.
Určte všetkých členov rodiny, ktorým sa splnilo želanie.

(A) mama, otec a dcéra (B) mama a dcéra (C) dcéra (D) syn a dcéra (E) mama, otec a syn

17. Zistite, ktoré z nasledujúcich formúl sú tautológie:

a) $(A' \vee B') \wedge (B \Rightarrow A') \wedge (X \Leftrightarrow A')$

b) $[(A' \wedge B) \vee (B \Rightarrow C')] \vee (A' \Leftrightarrow C)$

c) $[(A' \vee B) \vee (A \wedge C)] \vee (B' \vee C')$

18. Ak výrok $B \wedge C$ je pravdivý a výrok $B \Rightarrow A$ je nepravdivý, potom pre pravdivostnú hodnotu výrokov A, B, C platí:

(A) výrok A je pravdivý, výrok B je pravdivý, výrok C je pravdivý
(B) výrok A je pravdivý, výrok B je pravdivý, výrok C je nepravdivý
(C) výrok A je nepravdivý, výrok B je pravdivý, výrok C je pravdivý
(D) výrok A je pravdivý, výrok B je nepravdivý, výrok C je pravdivý
(E) výrok A je nepravdivý, výrok B je nepravdivý, výrok C je pravdivý